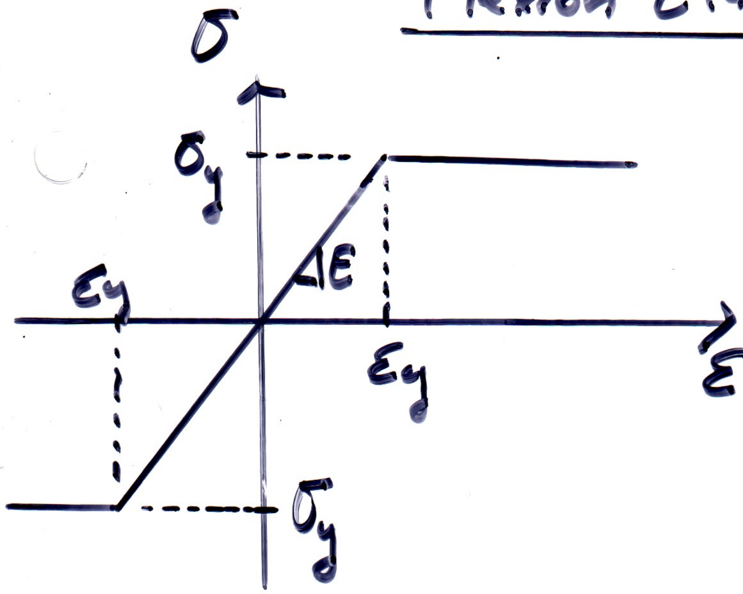
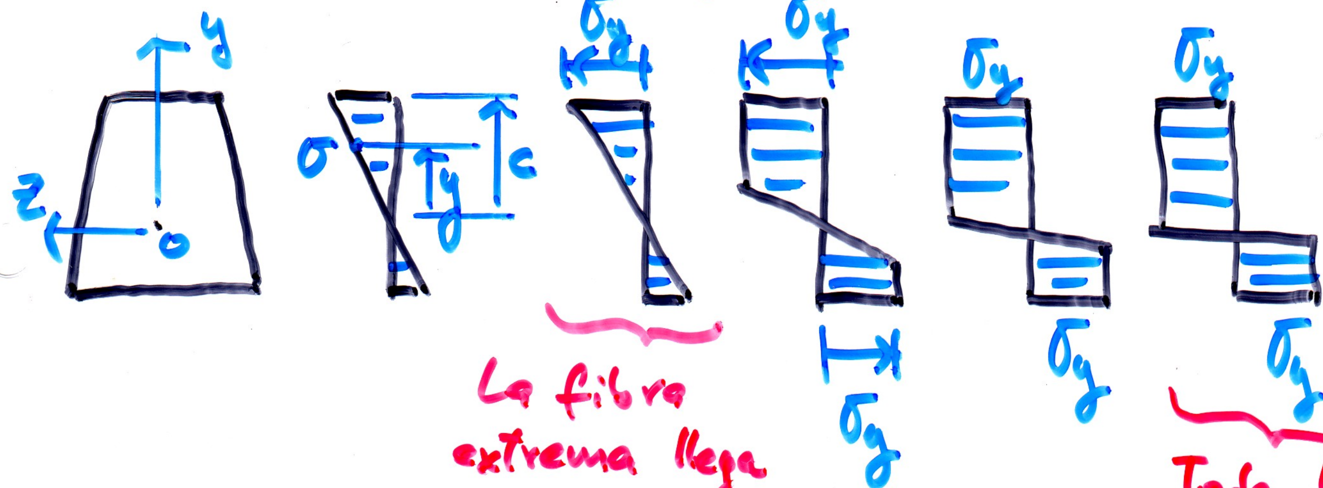
Flexión Elastoplástica



$$\sigma = \begin{cases} E\varepsilon \; ; & 0 \leq \varepsilon \leq |\varepsilon_y| \\ \sigma_y \; ; & |\varepsilon_y| < \varepsilon \end{cases}$$

Momento de Cedencia (M_y):

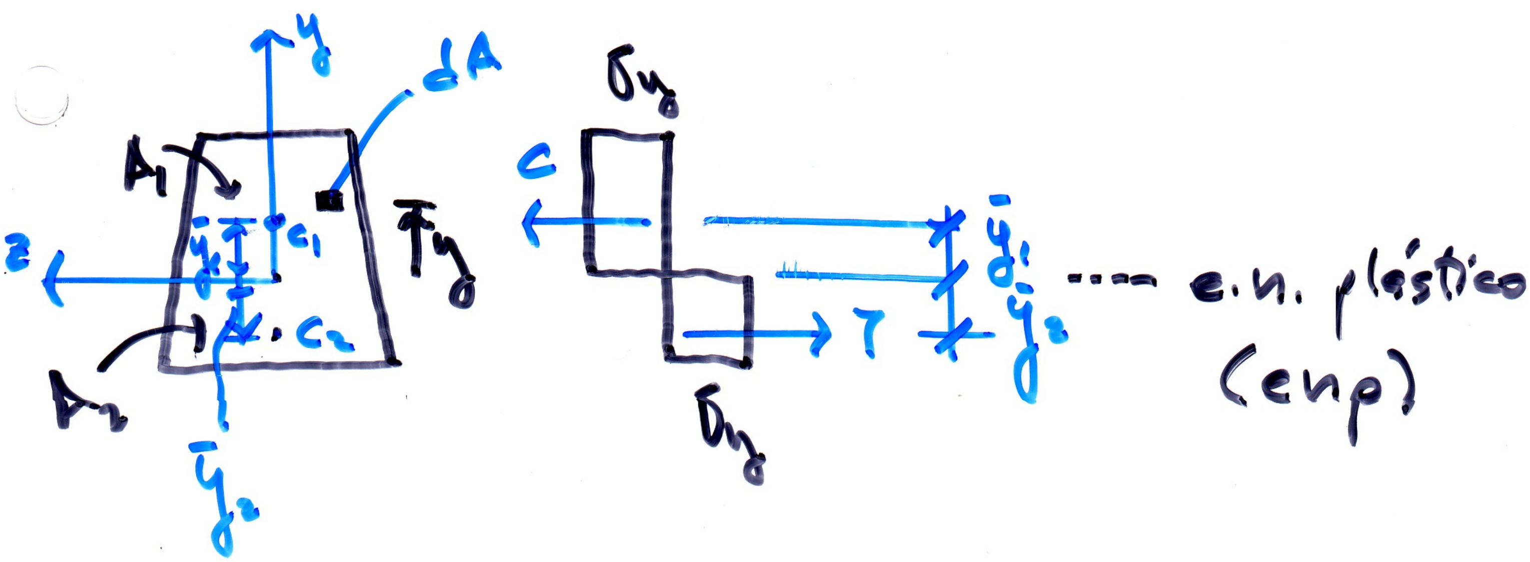


La fibra extrema llega a cedencia (M_y)

Toda la Sección llega a cedencia (M_p)

$$M_y = \frac{\sigma_y I}{c} = \sigma_y S \sim S = \frac{I}{c} \rightarrow \text{módulo de sección elástico}$$

Momento Plástico : M_p



$$\sum F_x = 0 \rightsquigarrow \quad C = T$$

$$\sigma_y A_1 = \sigma_y A_2 \Rightarrow A_1 = A_2 = \frac{A}{2}$$

$\Rightarrow$ El eje neutro plástico (enp) divide a la sección transversal en dos áreas iguales.

$$M_p = -\int_A \sigma y\, dA = -\int_{A_1} -(\sigma_y)\, y\, dA - \int_{A_2} (\sigma_y)\, y\, dA$$

$$= \sigma_y \cdot (\bar{y}_1 A_1) - \sigma_y \cdot (-\bar{y}_2 A_2) = \sigma_y \frac{A}{2} (\bar{y}_1 + \bar{y}_2)$$

$$\Rightarrow M_p = C\bar{y}_1 + T\bar{y}_2$$

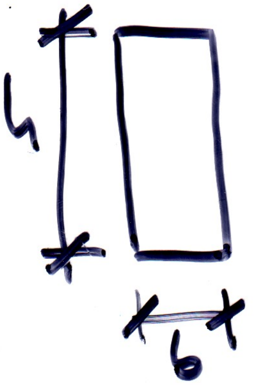
$$\Rightarrow M_p = \sigma_y \cdot \underbrace{\frac{A(\bar{y}_1 + \bar{y}_2)}{2}}_{Z}$$

Z : módulo de sección plástico

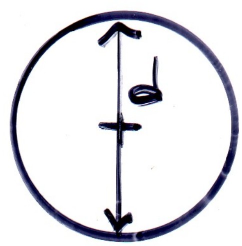
Z : Primer momento (con respecto al enp) del área por encima del ENP más el primer momento del área por debajo del eje.

Factor de forma : f

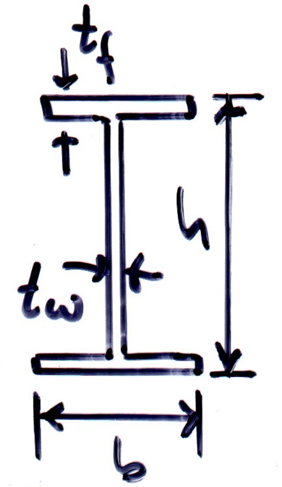
$$f = \frac{M_p}{M_y} = \frac{\sigma_y Z}{\sigma_y S} \rightarrow \boxed{f = \frac{Z}{S}}$$



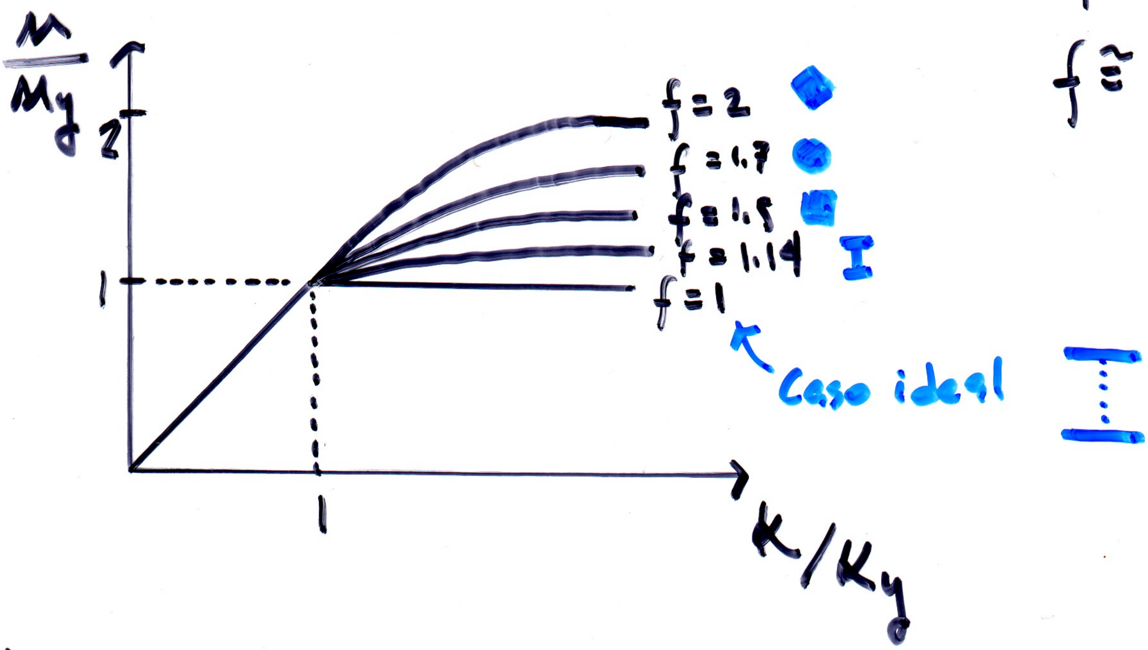
$f = 1.5$

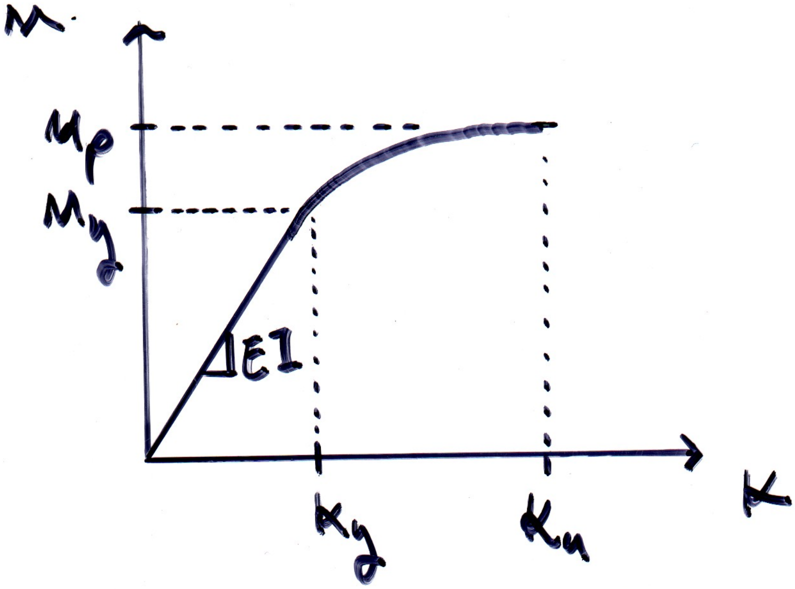


$f \cong 1.7$



$f \cong 1.1$ @ 1.2





Razón de Ductilidad : μ

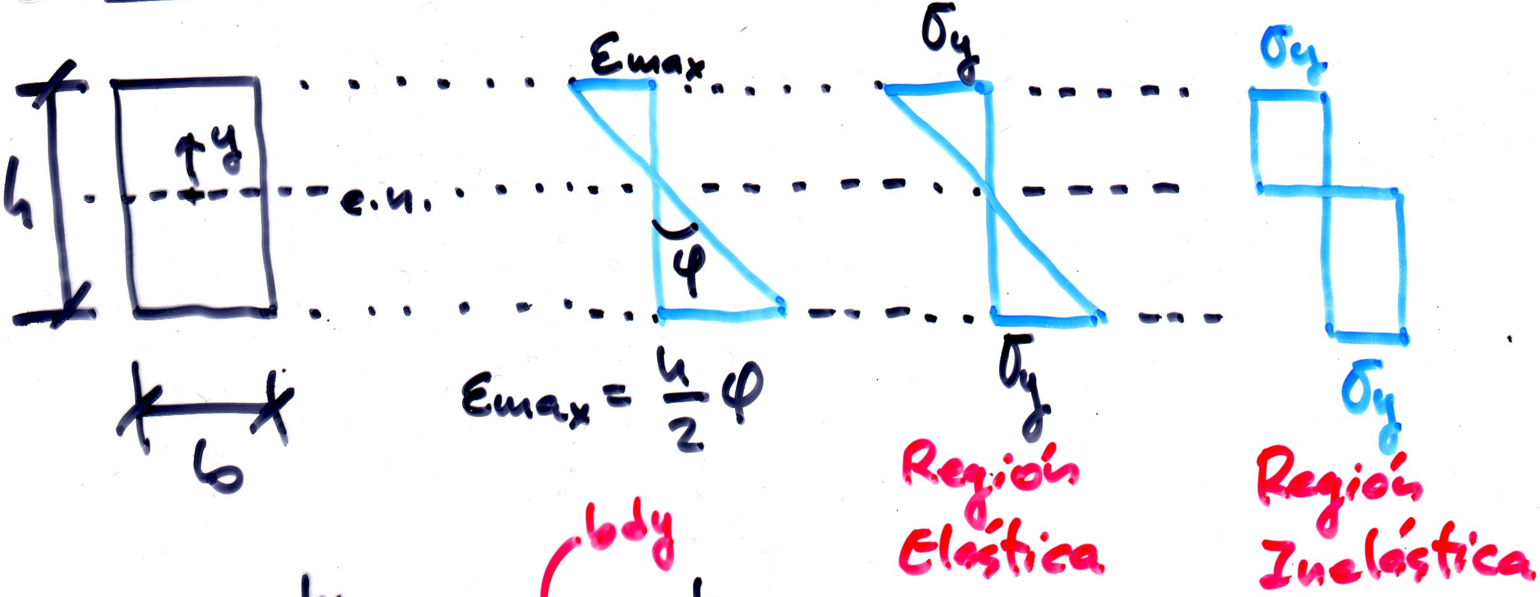
$$\mu = \frac{K_u}{K_y}$$

Análisis y Diseño Plástico de Marcos

Asunciones para el cálculo de la capacidad plástica:

- Secciones planas permanecen planas ($\varepsilon = y\varphi$)
- Secciones prismáticas y con por lo menos un eje de simetría paralelo a la dirección de las cargas
- Las deformaciones por cortante son despreciables
- No hay inestabilidad en los miembros (pandeo local del ala o alma, pandeo lateral torsional).

Secciones Doblemente Simétricas:



$$\varepsilon_{max} = \frac{h}{2}\varphi$$

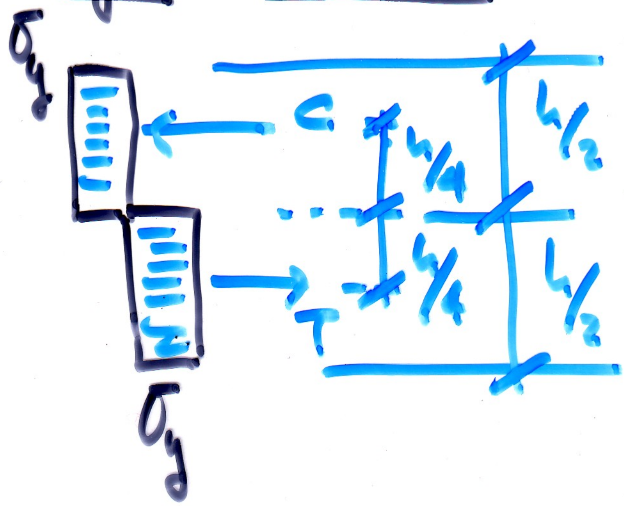
$$M = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma y \underbrace{dA}_{b\,dy} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma y\, b\, dy = \sigma \underbrace{\frac{I}{y}}_{S}$$

Sección Rectangular: $S = \dfrac{I}{h/2} = \dfrac{1}{12} b h^3 \cdot \dfrac{2}{h} = \dfrac{1}{6} b h^2$

Cuando $\sigma = \sigma_y \Rightarrow M = M_y \Rightarrow M_y = \sigma_y S$

$$\boxed{M_y = \sigma_y b h^2/6}$$

<u>Región Inelástica</u>: $\sigma = \sigma_y$ en toda la sección



$$C = T = \sigma_y b \frac{h}{2}$$

$$M_p = C \cdot \frac{h}{2} = \sigma_y \overbrace{b \frac{h^2}{4}}^{Z}$$

Z = módulo de sección plástico $\Rightarrow$ $\boxed{M_p = \sigma_y Z}$

Factor de forma k: $k = \frac{M_p}{M_y} = Z/S$

$k = \frac{Z}{S}$
- ▭ $= 1.5$
- ○ $= 1.7$
- I $\simeq 1.14$

Teoremas del Análisis Plastico:

Teorema del Límite Inferior: Una carga de colapso calculada en la base de un diagrama de momento asumido, en el cual los momentos no exceden los momentos plásticos, será menor o igual que la carga real de colapso.

Teorema del Límite Superior: Una carga de colapso calculada en la base de un mecanismo asumido, será mayor o igual que la carga real de colapso.

Teorema de Unicidad: La carga real de colapso es aquella que tiene la misma solución de límite superior e inferior.

Condiciones para el análisis plástico:

- Equilibrio entre cargas externas y acciones internas
- Los momentos calculados no deben exceder la capacidad en ningún punto de la estructura.
- La estructura debe tener comprobada ductilidad

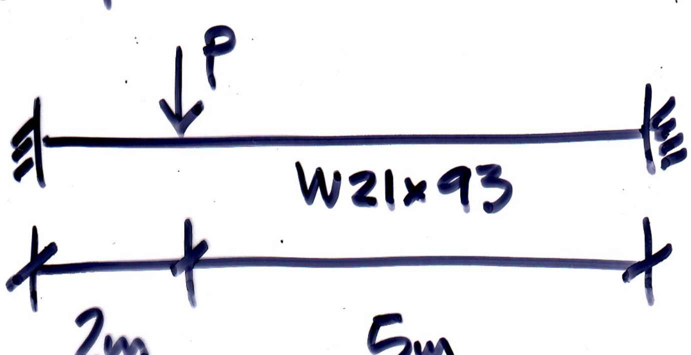
Métodos para el análisis plástico:

1) **Método Paso a Paso:** La carga es progresivamente incrementada y el análisis implica cambios en la estructura a medida que se forman las articulaciones plásticas (Pushover).

2) **Método de Equilibrio (Estático):** Se propone como solución un estado estáticamente admisible de equilibrio.

3) **Método Cinemático (Trabajo Virtual):** Se propone como solución un mecanismo de colapso directo.

Ejemplo:



$I = 2070\ in^4$

$S = 192\ in^3$

$Z = 221\ in^3$

$F_y = 50ksi = 350MPa$

$E = 29{,}000\ ksi = 200{,}000\ MPa$